

*Estratto da*  
*PEDAGOGIA*  
*E*  
*VITA*

*Serie XXXIII*  
*N.*

# Audiovisivi ed istruzione programmata nell'insegnamento della matematica\*

di CARLO FELICE MANARA

1. Pensiamo sia ormai difficile dare una rigorosa definizione teorica di « mezzo audiovisivo » (o brevemente di « audiovisivo ») a causa della massa di prodotti che vengono così denominati e della varietà ed abbondanza di atteggiamenti nei loro confronti.

Preferiamo quindi accettare la consuetudine di usare la espressione nel senso di strumento che contribuisce all'efficacia dell'opera dell'insegnamento, oppure addirittura la sostituisce, facendo appello ai sensi che sono richiamati dal nome: la vista o l'udito o entrambi.

Sarebbe difficile tracciare un panorama completo dei mezzi che oggi la tecnica offre all'insegnante che voglia servirsene, o addirittura al cittadino che voglia procedere in modo autonomo alla propria istruzione.

Comunque si può tentare di fare un censimento, anche sommario, dopo aver fissato in qualche modo il criterio di classificazione e dopo aver tentato di mettere in evidenza, scegliendo con opportuno criterio, i caratteri che distinguono gli audiovisivi che sono destinati alla istruzione dalla immensa congerie di strumenti e mezzi che ci trasmettono delle informazioni.

Si potrebbe infatti dire che la nostra epoca sta forse diventando sovraccarica di mezzi di informazione, e che l'uomo di oggi (che vive in un paese appartenente a quella che convenzionalmente possiamo indicare come « civiltà occidentale ») è quotidianamente a contatto con gli stimoli più svariati, e che forse egli stesso in parte non desidera.

È chiaro che tutta questa colluvie di informazione, la quale mira anche troppo spesso a influenzare il nostro modo di pensare, il nostro comportamento e il modo di spendere il nostro denaro, non può essere classificata come un mezzo audiovisivo di istruzione. Possiamo allora cercare di precisare qualcuna delle proprietà che in certo senso potrebbe essere qualificata come caratteristica della utilizzazione per la istruzione. Fra questi

\* Relazione svolta durante il Seminario svoltosi a Cosenza, nei giorni 15-20 ottobre su « Audiovisivi ed istruzione programmata » 1972.

caratteri vorremmo prendere in considerazione in primo luogo la organizzazione logica della comunicazione, che tende a far acquisire un certo insieme di informazioni strutturate e collegate tra loro (una teoria, un capitolo di una scienza, una certa abilità operativa razionalmente diretta); in secondo luogo la possibilità (anche se non attuata, ma prevista potenzialmente) della verifica dell'apprendimento; verifica che può essere affidata a persona diversa dal discente oppure può essere eseguita dal discente stesso per mezzo di opportuni dispositivi.

Come è noto, da questo punto di vista si potrebbe dire che il compito più importante, nella utilizzazione degli audiovisivi, è svolto nella loro applicazione alla istruzione programmata, la quale può essere rivolta addirittura ad eliminare l'intervento del docente nel processo di apprendimento. I mezzi con i quali questa meta può essere raggiunta sono abitualmente libri opportunamente strutturati, oppure macchine, le quali siano programmate in modo tale da rendere operanti — in varia misura a seconda delle caratteristiche tecniche — i cosiddetti « programmi ramificati ». Sostanzialmente, in tali programmi, si cerca di tener conto delle possibili risposte del discente e di correggere gli eventuali errori e le deviazioni mediante opportune istruzioni.

In linea di massima si ha quindi che nella istruzione programmata l'opera di insegnamento si esplica senza l'intervento diretto del docente, e che il discente può controllare il proprio apprendimento e quindi può dirigersi da solo nel processo di istruzione, sempre tuttavia nelle linee di chi ha stabilito il programma del libro o della macchina su cui ci si appoggia.

Dalla istruzione programmata, ottenuta mediante libri o macchine, o con l'assistenza del calcolatore, che può essere considerata in certo modo come un caso limite, si passa con vari stadi intermedi a quelli che potrebbero più propriamente essere chiamati « sussidi », ed ai mezzi che presuppongono la presenza del docente nell'azione di istruzione e che si propongono di fiancheggiare e di coadiuvare in varia misura l'opera del docente stesso, nel processo di informazione e nell'opera di valutazione dell'apprendimento.

L'azione di fiancheggiamento e di aiuto può prendere varie forme: si possono per esempio dare trasparenti da usarsi con lavagne luminose, diapositive con o senza sonoro, oppure dei film di varia durata, muti o sonori. Si ha così la possibilità di aiutare il docente nella preparazione della propria lezione, e di fornire documentazioni della natura più varia. Ci riferiamo per esempio ad esperimenti di fisica riportati in film uniconcettuali e che richiederebbero lunghe preparazioni o laboratori particolarmente attrezzati; oppure a presentazioni di eventi naturali (sbocciare di fiori, schiudersi di uova, e simili) che difficilmente possono essere programmati per l'istante esatto nel quale conviene presentarli nella logica del discorso didattico così come è concepito dal maestro. Oppure ci riferiamo a disegni geometrici che sarebbe troppo complicato costruire in lezione e che possono essere predisposti con opportune diapositive oppure con trasparenti da presentare in lavagna luminosa.

Esistono inoltre dei casi in cui il film costituisce una specie di sviluppo della lezione tradizionale, sostituendo la parola e l'opera del docente, con tutti quegli accorgimenti che possono essere consentiti dalla realizzazione di un film e che non possono essere attuati in un'aula abituale di lezione: cambiamenti di scena, esperimenti organizzati con grande ampiezza di mezzi, presenza di diversi docenti e quindi varietà di interventi.

Vogliamo infine ricordare che la adozione di particolari tecniche può permettere di fare partecipare attivamente la scolaresca non soltanto alla osservazione in condizioni favorevoli, ma anche alle misure e quindi alla elaborazione delle osservazioni ed alla formulazione delle leggi: pensiamo per esempio alle possibilità che la adozione della tecnica del « rallentatore » permette al docente, che voglia rendere evidenti alla scolaresca le leggi della caduta libera dei gravi.

Non vi è dubbio quindi sul fatto che la adozione di questi mezzi può permettere un notevolissimo miglioramento della lezione tradizionale per varie ragioni. Anzitutto per il fatto che il docente può avere un sostegno dal mezzo audiovisivo ben congegnato, e un appoggio nel compito di strutturare logicamente la sua trattazione di un argomento. In secondo luogo per il fatto che l'audiovisivo può fornire alla lezione quella evidenza ed efficacia di presentazione dei fatti che sono date dal colore, dalla « pulizia » dell'immagine, dalla concentrazione della osservazione su un solo soggetto, ecc. Infine non è da trascurare anche il risparmio di tempo che è dato dal superamento della necessità da parte dell'insegnante di fare delle figure alla lavagna o di preparare le dimostrazioni e gli esperimenti.

Va detto tuttavia che esistono vari problemi, alcuni dei quali sono già stati oggetto di investigazione ed altri che forse conviene esplorare ulteriormente.

Anzitutto da qualche parte sono state avanzate delle preoccupazioni in merito alla « spersonalizzazione » dell'insegnamento; tali preoccupazioni, che possono avere qualche giustificazione nei casi in cui la tecnica sia tale da sostituire totalmente l'opera dell'uomo, hanno meno ragione di essere nei casi in cui i mezzi usati sono dei « sussidi » nel pieno senso della parola, e quindi non tolgono totalmente dalla scena l'insegnante stesso, ma integrano e rafforzano la sua opera, limitandosi tuttavia a sollevarlo soltanto dalla fatica materiale della preparazione e a fornirgli il materiale che altrimenti egli non potrebbe portare a conoscenza della scolaresca.

La efficacia dei mezzi audiovisivi è tuttavia diversa in rapporto alle differenti materie di insegnamento. Si potrebbe dire addirittura che ogni materia chiede da parte dell'insegnante una sua particolare tecnica di impiego, perché il mezzo abbia la massima efficacia nell'insegnamento. Su questo argomento torneremo in seguito diffusamente, approfondendo l'analisi per quanto concerne la utilizzazione degli audiovisivi nell'insegnamento della Matematica. Qui vogliamo limitarci ad osservazioni di carattere generale e di conseguenza vorremmo ricordare che, per usare espressioni generiche ed approssimate, occorre anzitutto utilizzare l'audiovisivo secondo

le sue leggi interne, e secondo la sintassi del discorso che si può fare con esso, sintassi che è evidentemente diversa da quella che viene usata dal discorso abituale verbale, che utilizza necessariamente una successione temporale di presentazione dei concetti. Invece l'audiovisivo, come è noto, offre anche la possibilità di presentare contemporaneamente diversi elementi concettuali; esso quindi permette delle presentazioni che si potrebbero qualificare « sintetiche », se confrontate con le presentazioni abituali.

È questa una delle caratteristiche della comunicazione mediante audiovisivi; caratteristiche le quali hanno fatto qualificare la civiltà nella quale ci troviamo a vivere con il termine di « civiltà dell'immagine », caratteristiche le quali non sono ancora forse conosciute e sfruttate pienamente e che comunque danno luogo ad una tecnica nuova del comunicare.

In questo ordine di idee si potrebbe dire per esempio che la realizzazione di un audiovisivo che costituisca semplicemente una « lezione filmata », cioè che riproduca (anche con notevoli pregi) la tecnica solita di presentazione verbale di un concetto o di una serie di concetti, non sfrutta completamente tutte le possibilità dei mezzi, anche se riesce a realizzare delle lezioni che abitualmente non potrebbero essere realizzate per le ragioni che abbiamo esposto.

Invece si potrebbe pensare anche a realizzazioni che mirino ad accoppiare vari mezzi per rendere più grande la efficacia che avrebbero se usati da soli. Potremmo citare un esempio tra i tanti, che consiste nell'adozione del film uniconcettuale per presentare un determinato problema geometrico e della istruzione programmata per allenare alla risoluzione del problema stesso. Con questa tecnica si mira a sfruttare al massimo le possibilità dei vari mezzi, in modo da far rendere a ciascuno di essi il massimo che può dare senza pregiudizio del risultato e della utilizzazione ottimale anche di altri.

2. La utilizzazione degli audiovisivi nell'insegnamento della Matematica presenta una particolare problematica, che è generata dalle caratteristiche della scienza che si vuole insegnare, oltre che dalle peculiarità del linguaggio che si vuole adottare; pensiamo quindi che sia utile fare qualche breve riflessione sulla natura della Matematica, così come è stata messa in risalto dalla critica più moderna, per analizzare poi con maggiore efficacia la problematica relativa alla utilizzazione degli audiovisivi nell'insegnamento di questa materia.

Si è pensato per tanto tempo che la Matematica fosse la scienza dei numeri o anche della quantità. Molte persone colte, che non hanno d'altronde dimestichezza con la Matematica superiore, conservano questa immagine di questa scienza. Va tuttavia detto subito che l'immagine che oggi abbiamo della Matematica corrisponde soltanto in parte alla immagine tradizionale: lo sviluppo dell'Algebra astratta, le sue applicazioni alla logica, gli sviluppi della analisi sui fondamenti della Matematica ci fanno oggi consapevoli di certi fatti che forse qualche tempo fa non erano così evidenti. Si potrebbe dire che il procedimento fondamentale della Mate-

matica come ci si presenta oggi, tanto nei suoi rami più astratti che nelle sue applicazioni alle altre scienze ed alla conoscenza del mondo esterno, sia il procedimento che conduce alla costruzione di opportune simbolizzazioni (con simboli che sono quasi sempre artificiali), ed alle successive operazioni sui simboli, operazioni che vengono svolte secondo leggi che si potrebbero dire « interne » al sistema di simboli costruito.

Per spiegare meglio ciò che vorremmo dire, pensiamo alle applicazioni che della Matematica vengono fatte anche a livello assolutamente elementare, per esempio alla utilizzazione che noi facciamo della Aritmetica ai casi della vita quotidiana: la operazione concreta del « contare » gli elementi di certi insiemi ci porta poi a scrivere certi simboli artificiali, che vengono chiamati « cifre », che rappresentano gli insiemi che si sono considerati ai fini delle proprietà che interessano in quel momento. Siamo così in grado di eseguire in seguito certe operazioni sui simboli, operazioni che obbediscono a certe regole (che costituiscono — per così dire — la « sintassi » dei simboli stessi), e possiamo così giungere alle conclusioni.

Consideriamo per esempio il problema che ci conduce a domandarci il numero degli elementi di un insieme che è stato ottenuto con la riunione di altri due insiemi che non hanno elementi in comune (che sono, come suol dirsi, « disgiunti »). Ogni operazione di conteggio, che si effettua sugli elementi dell'uno o dell'altro insieme, dà origine ad un concetto astratto (numero) che viene rappresentato da una cifra o da un sistema opportuno di cifre, il quale rappresenta il numero stesso in certe convenzioni. Alla operazione concreta di riunione dei due insiemi corrisponde la operazione di somma dei due numeri ottenuti dai conteggi degli elementi di ciascuno; tale numero somma viene espresso da un certo simbolo il quale si ottiene con certe regole dai simboli che rappresentano i numeri degli elementi dei due insiemi. Nella maggior parte dei casi queste regole sono memorizzate in modo tale da essere applicate con un procedimento che si potrebbe dire automatico; tuttavia il risultato al quale si perviene rappresenta la fine di un processo di deduzione (anche se molto elementare) che è stato esplicitato mediante le regole applicate.

Potremmo osservare che in questo procedimento che è stato sommariamente descritto si possono distinguere varie fasi: una prima fase che costituisce un processo di astrazione e che ci conduce ad un concetto in certa misura astratto dalla realtà: infatti il numero che rappresenta il risultato del conteggio prescinde ovviamente dalla natura degli oggetti che vengono contati e che costituiscono gli elementi dell'insieme che si considera. Una seconda fase consiste nella simbolizzazione del concetto, che è stato ottenuto, mediante opportuni simboli grafici o verbali o di altra natura. Possiamo osservare che, per esempio, nella maggior parte delle applicazioni elementari i numeri sono simbolizzati mediante le abituali cifre arabe utilizzate da tutti i paesi civili; ma siamo liberi di impiegare le convenzioni della numerazione romana, oppure un'altra convenzione quale si voglia: possiamo per esempio pensare a premere i tasti di una calcolatrice meccanica, oppure a perforare le schede di un calcolatore

elettronico. Una terza fase del procedimento consiste nella utilizzazione delle leggi interne dei simboli adottati per giungere alle conclusioni che si desiderano: per esempio, se la simbolizzazione è stata quella grafica mediante le ordinarie cifre arabe, si potranno utilizzare le regole ben note della aritmetica che conducono a calcolare la somma di due numeri: « mettere in colonna », eseguire le somme dei numeri di ogni colonna, tener conto dei « riporti », ecc.

Si può essere sicuri che ben pochi di coloro che eseguono quotidianamente delle somme saprebbero giustificare queste « regole », le quali costituiscono quindi semplicemente una utilizzazione automatica e per così dire meccanica delle leggi dei simboli che sono stati introdotti. Se per esempio la simbolizzazione è stata ottenuta premendo dei tasti di una calcolatrice meccanica, la operazione di somma traduce in altre operazioni materiali, delle quali l'operatore « non capisce nulla »; egli tuttavia si affida alle leggi interne delle ruote dentate e dei meccanismi dei quali si è servito per simbolizzare i numeri per giungere al risultato desiderato. Tale risultato ha un significato ben preciso, in relazione alla esperienza concreta che ha indotto alla prima astrazione.

Naturalmente la breve analisi che abbiamo svolto ha una portata ed una validità che possono essere estese a campi molto più vasti. Volendo riassumere, si potrebbe dire che abitualmente nella utilizzazione della Matematica si realizzano le seguenti fasi del procedimento conoscitivo:

- a) la astrazione,
- b) la simbolizzazione,
- c) la utilizzazione delle leggi proprie del sistema di simboli adottato,
- d) la interpretazione dei risultati.

È del tutto ovvio che la fase a), che conduce a sostituire l'oggetto concreto con una idea generale, non è caratteristica della Matematica. Senza qui voler entrare in discussioni filosofiche che hanno una età veneranda (si pensi addirittura alla polemica instaurata dalla sofistica greca, oppure alla « *Quaestio de universalibus* » di medioevale memoria), pensiamo che sia del tutto pacifico che l'inizio del processo conoscitivo sia dato da una operazione di astrazione. Per evitare le polemiche vogliamo dare a questo termine il significato più generico possibile.

Se ora consideriamo la fase b) del processo conoscitivo, possiamo dire che anche in questo caso si può considerare pacifica la attribuzione di un simbolo (verbale, grafico, ecc.) ad ogni oggetto o ad ogni classe di oggetti che si considera. Possiamo dire che anche in questo caso il procedimento non è strettamente caratteristico della Matematica. Osserviamo che in questa fase il procedimento matematico acquista una sua caratteristica più specifica, per il fatto che abitualmente il simbolo utilizzato dalla Matematica ha un carattere di artificialità che lo distingue generalmente dai simboli utilizzati dalle altre scienze. Notiamo infatti che le scienze diverse dalla Matematica, e particolarmente quelle di origine più antica,

hanno attinto di più alla lingua comune per denominare i propri oggetti. Pensiamo in questo momento alle scienze giuridiche ed alla Medicina, le quali fanno uso di molti termini del linguaggio comune, anche se si premurano di circoscriverne il significato con opportune convenzioni, in modo da raggiungere l'ideale della corrispondenza biunivoca tra termine ed oggetto (sia questo un oggetto materiale oppure una operazione o un rapporto giuridico, ecc.). Altre scienze, come le scienze della vita, stanno procedendo sulla strada della simbolizzazione artificiale, pur sempre ancora con largo uso dei termini del linguaggio comune. La Chimica e la Fisica hanno percorso quasi tutta la strada che conduce alla costruzione ed all'uso del simbolismo totalmente artificiale. Al fondo della strada si potrebbe dire stia la Matematica, la quale offre gli esempi più caratteristici di queste procedure.

Nella fase c) le caratteristiche del procedimento matematico diventano sempre più specifiche; in questa fase infatti si procede alla deduzione mediante le leggi « interne » dei simboli che sono stati artificialmente creati per la rappresentazione degli enti considerati. L'esempio tipico, a cui abbiamo già fatto riferimento, è dato dai calcoli aritmetici che fanno parte della cultura elementare di ogni cittadino dei paesi civili e che vengono eseguiti in modo che si potrebbe dire automatico, con l'uso di regole proprie dei simboli che sono stati adottati, e memorizzate senza che più se ne conoscano le ragioni e le giustificazioni.

Si potrebbe osservare che con questi procedimenti caratteristici e specifici la Matematica tende ad un determinato ideale che in questo caso è dato dalla ricerca della massima generalità e del massimo rigore. Invero la artificialità dei simboli, che sono staccati da ogni significato « naturale » che ad essi potrebbe essere associato (ed anche in questo si differenziano dai termini del linguaggio comune), rende possibile la loro applicazione ad un contenuto quale si voglia, che si presti ad essere rappresentato da essi; la matematicità delle leggi di deduzione porta ad un rigore di conclusioni, che viene raggiunto senza che l'operatore (o la macchina) possa essere sviato dalle suggestioni che il significato potrebbe introdurre nel processo deduttivo se esso avvenisse altrimenti.

Per fare un esempio, pensiamo agli innumerevoli fenomeni periodici che la Fisica, la Economia e le altre scienze ci propongono da osservare: tutti questi fenomeni possono essere rappresentati con un unico quadro concettuale che è dato da una equazione differenziale ordinaria del secondo ordine, atta a rappresentare tanto le oscillazioni di una molla, che quelle di un pendolo che quelle di un sistema economico. È chiaro che le deduzioni che si possono fare sul modello matematico hanno la qualità della massima generalità e del massimo rigore, proprio perché tratte in base alle leggi interne dei simboli che sono stati adottati per la rappresentazione dei fenomeni considerati.

Per quanto riguarda infine la fase d), osserviamo che in questo caso interviene un processo in certo modo inverso di quello che è stato eseguito

nella fase a), processo che porta ad attribuire un significato a ciò che è stato dedotto con le leggi in certo modo automatiche utilizzate nella fase precedente, ed a verificare se lo schema adottato risponda più o meno alle necessità di rappresentare la realtà.

Forse prima di proseguire vale la pena di fare un discorso a parte che riguarda la Geometria, o almeno la concezione classica di questa scienza matematica. Anche per questa dottrina si può considerare la fase di astrazione, che giunge alla costruzione di enti astratti a partire dalle esperienze concrete, eseguite su enti fisici ed idealizzate con un procedimento di elaborazione in cui entra anche la fantasia. Le fasi successive potrebbero invece essere meno facilmente distinguibili, perché agli enti della Geometria vengono attribuiti dei nomi che sono tratti dal linguaggio comune, e il procedimento di deduzione è fatto nella forma sillogistica classica.

È tuttavia da osservarsi che, in conseguenza di una analisi critica che si è svolta durante i secoli, anche la Geometria ha raggiunto il livello di astrazione nel quale il significato del simbolo verbale che designa i suoi enti non è dato dal collegamento con realtà, qualunque essa sia, ma soltanto dalla definizione implicita del simbolo stesso, definizione che è fornita dal sistema di assiomi scelti: questa posizione pone dei problemi talvolta delicati, perché la deduzione deve essere svolta non seguendo il significato « intuitivo » dei termini, ma soltanto secondo le definizioni che sono state date, cioè in forza degli assiomi che sono stati enunciati. Va ricordato tuttavia che in questo caso la intuizione e la fantasia hanno una parte notevole, se pure non determinante, nel suggerire gli assiomi e nel guidare i procedimenti dimostrativi e creativi. Pertanto nello sviluppo della Geometria non si rendono necessarie in modo perentorio e determinante le conoscenze di ortografia, di grammatica e di sintassi del linguaggio simbolico (per esempio del simbolismo algebrico) che sono fondamentali per sviluppare un discorso matematico negli altri campi; ma ciò non toglie che vengano richieste la astrazione e la deduzione rigorosa, col rispetto di quella logica che si potrebbe dire « elementare », di portata universale, che deve essere rispettata in ogni ragionamento ed in ogni ricerca scientifica.

Va tuttavia ricordato che anche nel lavorare negli altri campi della Matematica la intuizione ha sempre una parte importantissima. Per fissare le idee, possiamo pensare all'esempio che ci può essere offerto da un problema di Geometria analitica, oppure di Meccanica razionale. Ovviamente il problema deve anzitutto essere portato a livello astratto, e quindi deve essere tradotto con i simboli della Matematica. Questa prima fase del procedimento comporta spesso la scelta di un determinato sistema di riferimento che è bensì arbitrario, ma la cui presenza è necessaria perché si possa tradurre nelle formule di Matematica ciò che si è intuito dai dati.

Si potrebbe pensare che la arbitrarietà della scelta del riferimento possa rendere tranquilla questa operazione di scelta; ma chi abbia sol-

tanto un poco lavorato concretamente nella soluzione di un problema sa bene che a volte la scelta inopportuna del simbolismo e del riferimento può rendere il problema stesso praticamente insolubile, perché le successive fasi diventano di fatto ineseguibili. Pertanto la scelta del riferimento, del simbolismo, del linguaggio astratto, diventa spesso sostanzialmente determinante nella soluzione del problema; ed in tale scelta ha spesso una parte notevole la esperienza, la intuizione, la fantasia dell'operatore. Una volta eseguita tale scelta, lo sviluppo successivo dei calcoli porta a determinati risultati, che vengono espressi dalle formule finali; a questo punto ancora una volta la analisi paziente e la intuizione opportunamente educata possono condurre in porto la fase della interpretazione dei risultati, fase che nei problemi scolastici viene spesso indicata come « discussione ».

Pensiamo che bastino i brevi cenni per dare una idea del valore formativo della Matematica per la acquisizione di una mentalità matura e critica, e soprattutto per lo sviluppo di una mentalità scientifica, anche intesa in senso molto lato. Pensiamo inoltre che il quadro presentato abbia dato una idea del grande numero di aspetti che devono essere curati nel corso di tale formazione; ciò genera particolari esigenze nell'impiego dei mezzi audiovisivi nell'insegnamento della Matematica, e pone dei problemi che cercheremo di analizzare nelle pagine che seguono.

3. Un primo problema riguardante la utilizzazione degli audiovisivi nell'insegnamento della Matematica è posto da una delle caratteristiche di questi mezzi, che abbiamo analizzato nelle pagine precedenti; precisamente abbiamo osservato che l'audiovisivo si presta con particolare efficacia a presentare degli argomenti in forma sintetica, a far percepire gli oggetti di osservazione con notevole evidenza perché diventino poi materia di concettualizzazione e di studio. Orbene, pensiamo che proprio la utilizzazione di questa caratteristica debba essere accuratamente analizzata e dosata, perché non si giunga paradossalmente ad una distorsione della materia, che conduca lontano dagli scopi che si vogliono conseguire. Appare infatti del tutto evidente che anche la Matematica, come ogni altra forma di sapere organizzato in modo concettuale, deve partire dalla esperienza e dalla manipolazione concreta per giungere al livello scientifico. Ma, come abbiamo detto, è caratteristico della Matematica il tendere ad altri livelli di generalità e di astrazione; occorre quindi che il mezzo audiovisivo sia usato nella direzione che porta a giungere al più presto alla astrazione ed alla simbolizzazione che sono caratteristiche della Matematica. Altrimenti si rischia non soltanto di non conseguire gli scopi ricercati, ma addirittura di distorcere la figura della Matematica come scienza, legando a certi procedimenti particolarmente evidenti, a certe immagini particolarmente vivide e suggestive tutto il concetto che il discente si deve fare della scienza di cui deve impadronirsi.

In questo ordine di idee il primo caso che ci si offre, ed è in certo senso esemplare, è il caso della Geometria, dottrina nella quale la presentazione

di figure particolarmente suggestive può sì facilitare la comprensione delle proposizioni, ma spinta troppo oltre può portare ad un blocco del processo di passaggio della percezione alla elaborazione logica, che — ricordiamolo — è la sola alla quale la Geometria tende. Pensiamo quindi che abbiano un certo fondamento i dubbi e le perplessità di coloro che pensano addirittura ad una eccessiva efficacia del mezzo audiovisivo, nel senso che questo potrebbe « fissare » in un episodio o in un caso particolare la generalità del concetto che si vuole fornire. A questo proposito non si può non ricordare la opinione del grande matematico tedesco del secolo scorso von Staudt, il quale (dicono i suoi biografi) era solito fare lezione senza usare figure e senza utilizzare la lavagna o altri mezzi di illustrazione; e difatti la sua opera fondamentale *Geometrie der Lage* non contiene neppure una figura. La opinione di Staudt (sempre a detta dei biografi) era infatti che la figura « bloccasse » lo studente impedendogli di assegnare ai concetti la loro piena generalità.

Forse sarebbe difficile adottare oggi una posizione così radicale come quella dello Staudt; tuttavia dalla opinione di questo grande matematico possiamo trarre qualche indicazione sulla direzione da prendere per l'uso più efficace del mezzo audiovisivo. Nel caso della Geometria questo uso potrebbe essere fatto anche sfruttando le possibilità offerte dal mezzo per presentare al discente la massima varietà di casi particolari concreti nei quali un medesimo concetto astratto può trovare la sua realizzazione.

Cose del tutto analoghe possono essere ripetute a maggior ragione per le altre branche della Matematica. Pensiamo in modo particolare all'Algebra ed al suo linguaggio. In questo caso il problema principale, che è quello della acquisizione di una certa formazione mentale alla astrazione ed alla deduzione logica rigorosa, si complica per la necessità di fare acquisire al discente anche una certa dimestichezza, anzi addirittura una completa sicurezza nell'uso del simbolismo dell'Algebra. Come abbiamo ripetuto più volte, si tratta di un simbolismo artificiale, il quale, a differenza del linguaggio comune, potrebbe essere classificato tra i linguaggi che non hanno ridondanza.

In altre parole si ha che, nel linguaggio comune (o naturale), anche una comunicazione che sia ortograficamente e grammaticalmente poco corretta può conseguire, anche limitatamente, il proprio scopo di informazione. Nel caso del linguaggio artificiale dell'Algebra questa circostanza non sussiste; di qui la necessità che il linguaggio stesso sia posseduto e manovrato con piena sicurezza e con rispetto di tutte le sue regole; circostanza questa che contribuisce a conferire alla Matematica il suo valore formativo, ma che rende la utilizzazione di questa scienza particolarmente sgradevole in certi casi ed a certi soggetti.

Viene spontaneo pensare che, anche nel caso dell'Algebra, il mezzo audiovisivo potrebbe utilmente essere sfruttato per presentare un grande numero di esempi concreti che possono essere inquadrati dalle strutture algebriche. Per esempio nel caso della struttura gruppale, che domina

così bene le trasformazioni geometriche, l'audiovisivo è chiaramente utilizzabile in modo efficace per stabilire un parallelo concreto tra le operazioni geometriche e le loro simbolizzazioni algebriche.

Stando a quanto è stato esposto fin qui, parrebbe quindi che ci fossero delle controindicazioni per l'uso metodico degli audiovisivi nell'insegnamento della Matematica e ciò in relazione a quella che potrebbe essere addirittura chiamata la « eccessiva evidenza » della presentazione ed a ciò che si potrebbe considerare come la alterazione del procedimento deduttivo e della utilizzazione del linguaggio simbolico della Matematica. Va ricordato a questo proposito che sono in corso delle discussioni che vedono schierati da parti opposte quelli che si potrebbero indicare come i sostenitori della tradizione e quelli che si potrebbero dire i fautori dei nuovi linguaggi. Questi ultimi osservano che la critica di scarso rigore che viene avanzata contro l'uso degli audiovisivi in Matematica è poco sostenibile e che è originata semplicemente dalla incapacità attuale ad usare pienamente dei linguaggi delle immagini. Si tratta effettivamente di una questione che si potrebbe definire cruciale in questo campo; non pretendiamo di risolverla qui, ma soltanto di presentare qualche osservazione.

Una prima osservazione si può fare, ed è che ovviamente gli audiovisivi non possono sostituire del tutto gli altri mezzi di comunicazione, che l'uomo presumibilmente continuerà ad utilizzare; tali altri mezzi, cioè la scansione verbale e la scrittura, richiedono (in misure diverse) una certa successione nel tempo della presentazione dei concetti. Di questa scansione è rappresentante tipico il sillogismo classico. Non si esclude che con i mezzi grafici si possa anche evadere in qualche modo da questa ferrea legge della successione temporale ed arrivare a presentazioni che siano più sintetiche; ma pensiamo che sarebbe abbastanza difficile oltre che del tutto inconsueto sostituire quella che viene abitualmente considerata come l'unica forma di presentazione rigorosa del ragionamento deduttivo con altre forme di presentazione. Non vogliamo prendere posizione sulla natura della mente umana e sul modo in cui questa riesce a raggiungere la certezza nella deduzione di verità sconosciute da altre supposte note, ma non è improbabile asserire che la scansione temporale non potrà mai essere totalmente soppressa, almeno nella fase di accertamento finale della verità.

Discorso invece del tutto diverso potrebbe essere fatto a proposito della scoperta dei rapporti, della enunciazione delle proposizioni che presentano tali rapporti tra enti, della intuizione della direzione da far prendere al corso dei pensieri per giungere poi alla conquista di quella catena scandita temporalmente di ragionamenti che fa giungere alla certezza.

In questo campo si potrebbe asserire che il procedimento naturale è quasi sempre quello inverso. Pur senza scomodare i matematici che hanno presentato in modo molto interessante la propria autoanalisi nella scoperta di verità matematiche, possiamo dire che ovviamente non è possibile instaurare un procedimento sillogistico senza aver alcuna idea del punto di arrivo, e quindi in certo modo che la intuizione della fine e la visione

globale e immediata della catena di ragionamenti sia quella che si può chiamare la strada naturale per giungere allo scopo.

Pertanto non è imprudente affermare che, mentre la Matematica presenta, quando è per così dire consacrata e cristallizzata nel trattato, la faccia della deduzione ordinata e conseguita con rigoroso processo deduttivo, nella sua fase di scoperta o della verità o del procedimento per giungervi, fa funzionare la fantasia non meno della intuizione, l'analisi non meno della sintesi, la ricerca delle ipotesi di lavoro (da lasciar cadere se non valide) non meno della deduzione impeccabile.

Di conseguenza si pone qui tutta una problematica, in relazione alla utilizzazione degli audiovisivi, per insegnare da una parte il corretto uso del linguaggio simbolico ed astratto della Matematica, e dall'altra parte la concreta procedura che porta alla scoperta della verità o della strada per giungere alla soluzione dei problemi o per conseguire le dimostrazioni.

Quando in passato si insegnavano anche tali procedimenti, si faceva vedere che uno dei mezzi principali che conducono alla soluzione di un problema (geometrico per lo più, ma non sempre soltanto geometrico) è il procedimento che conduce ad immaginare il problema risolto ed ad analizzare le relazioni necessarie che intercedono tra gli elementi della risoluzione ed i dati. Ma è evidente che, prima della analisi, è del tutto essenziale il compito della fantasia nella fase della escogitazione e della ricerca della soluzione.

La stessa cosa potrebbe anche essere detta a proposito della presentazione di una teoria o di un capitolo di una teoria. Si può seguire la strada che conduce alla semplice illustrazione del procedimento libresco; si otterrà allora una presentazione che probabilmente segue le tracce della presentazione abituale con il solo vantaggio di una probabile maggiore evidenza; oppure si può scegliere la strada propria dell'audiovisivo, cioè si può scegliere di presentare sinteticamente il problema che ha dato origine alla teoria e cercare di stimolare la ricerca della soluzione attraverso opportuni suggerimenti. Naturalmente la scelta della strada da seguire è estremamente difficile, perché occorre anche tener conto dei ritmi propri di apprendimento delle singole persone, e quindi della necessità che la presentazione di vari casi o di vari problemi provochi un atteggiamento attivo del soggetto discente e dia luogo ad una ricerca autonoma di soluzione.

In questo senso si potrebbe dire che le questioni di Algebra e di Geometria hanno delle esigenze differenti e quindi debbano essere affrontate da differenti punti di vista e da differenti procedure.

Nel caso dell'Algebra infatti si pone anche il problema di fare acquisire al discente una sorta di familiarità nell'uso del simbolismo ad un livello tale da togliere ogni complesso di inferiorità nella impostazione dei problemi e nella utilizzazione dei calcoli per la loro soluzione. Nel caso della Geometria si tratta di fare acquisire quella abitudine a generalizzare, quella autonomia nell'immaginazione delle più svariate situazioni, quella agilità nell'escogitare le costruzioni e nel cogliere i rapporti logici tra gli

elementi considerati che conducono alla soluzione, senza lasciarsi bloccare dalle situazioni o dalle posizioni particolari degli elementi.

Si può quindi concludere con una certa presunzione di verità dicendo che la utilizzazione degli audiovisivi nell'insegnamento della Matematica richiede un lungo studio e probabilmente una successione ancora più lunga di esperimenti perché si possa affermare che sappiamo trarre dai mezzi tutto il profitto possibile, al servizio degli scopi che l'insegnamento della Matematica si propone.

